

# Měření tvaru 3D tělesa laserovým range-finderem

Jan Suchý, Pavel Jisl

## 1 Zadání

Realizujte zařízení pro měření tvaru objektu. K dispozici je hlavice laserového rangefinderu nasazená na chapadlo robotu Bosch.

Úkoly: navrhnete kalibrační proceduru a kalibr, vyrobte a změřte kalibr, implementujte kalibraci rangefinderu a robotu, navrhnete metodu rekonstrukce tvaru povrchu tělesa v prostoru (3D rekonstrukce).

Navržené algoritmy implementujte, popište, kdy navržené metody budou spolehlivě fungovat, odhadněte chybu měření, proveďte experimenty a zhodnoťte výsledky. Navrhnete vhodná zlepšení metody.

## 2 Návrh řešení

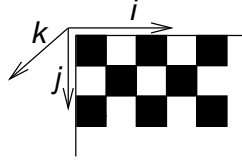
### 2.1 Kalibrace

#### 2.1.1 Zjištění kalibrační matice kamery a polohy kamery vůči kalibračnímu tělesu

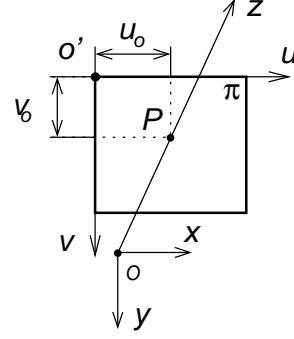
Pro kalibraci kamery použijeme rovinný obrazec, kterým je šachovnice o rozměru 10x10 cm s políčky 1x1 cm. Obrazec umístíme v obecné poloze do prostoru před kamerou a zavedeme kartézský souřadnicový systém s ním spojený podle obrázku 1. Zavedeme též souřadnicový systém  $Oxyz$  spojený s kamerou podle obrázku 2, na kterém  $O$  značí střed promítání a  $\pi$  průmětnu.  $u$  a  $v$  jsou souřadnice v obrázku.  $u_0$  a  $v_0$  jsou vzdálenosti os  $u$  a  $v$  od průsečíku  $P$  optické osy s průmětnou.

Sejmeme obraz kalibrační roviny. Zjistíme korespondence několika bodů v obraze s jejich vzory na kalibračním předmětu a vypočteme matici homografie

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



Obrázek 1: Souřadnicová soustava spojená s kalibrační rovinou



Obrázek 2: Souřadnicová soustava spojená s kamerou

kde  $u, v$  jsou souřadnice bodu v obraze a  $i, j$  jsou souřadnice v kalibrační rovině.  $\alpha$  je zvětšení, které je pro každý bod jiné. Z rovnice (1) plyne, že z devíti neznámých v matici  $\mathbf{H}$  jednoznačně určíme pouze osm.

Vztah mezi bodem v prostoru a jeho obrazem na průmětně je dán následujícím vztahem

$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{kde } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} a & b & u_0 \\ 0 & c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ je kalibrační matice kamery, } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{r}_3 \end{bmatrix}$$

je matice rotace a  $\mathbf{t}$  je vektor posunutí. Všechny body v kalibrační rovině mají navíc souřadnici  $k = 0$ , takže vztah lze zjednodušit na následující.

$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Porovnáním rovnic (1) a (3) dostáváme

$$\beta \mathbf{H} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (4)$$

kde  $\beta$  je konstanta, což je po úpravě

$$\begin{bmatrix} \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 & \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 & \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Protože matice rotace je ortogonální, pro vektory  $\mathbf{r}_1$  a  $\mathbf{r}_2$  platí

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 &= 0 \\ \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_2 &= 0\end{aligned}\tag{6}$$

Dosadíme-li za  $\mathbf{r}_1$  a  $\mathbf{r}_2$  z rovnice (5), získáme

$$\begin{aligned}\mathbf{h}_1^T \mathbf{G} \mathbf{h}_2 &= 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{G} \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^T \mathbf{G} \mathbf{h}_2 &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

kde  $\mathbf{G} = (\mathbf{K}^{-1})^T \mathbf{K}^{-1}$  je symetrická matice. Naším cílem je určit prvky  $\mathbf{G}$ , ze kterých můžeme snadno spočítat neznámé konstanty kalibrační matice. Je výhodné, že soustava (7) je lineární vůči prvkům  $\mathbf{G}$ . Protože  $\mathbf{G}$  je symetrická, stačí je určena pouze šesti prvky, např.  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{13}$ ,  $g_{22}$ ,  $g_{23}$  a  $g_{33}$ . Pro jejich určení potřebujeme šest rovnic, tj. tři snímky kalibrační roviny. Kolik rovnic budeme ve skutečnosti potřebovat však záleží na počtu neznámých parametrů v  $\mathbf{K}$ . Známe-li některé parametry předem nebo zvolíme-li jednodušší model kalibrační matice, můžeme vystačit i s menším počtem rovnic.

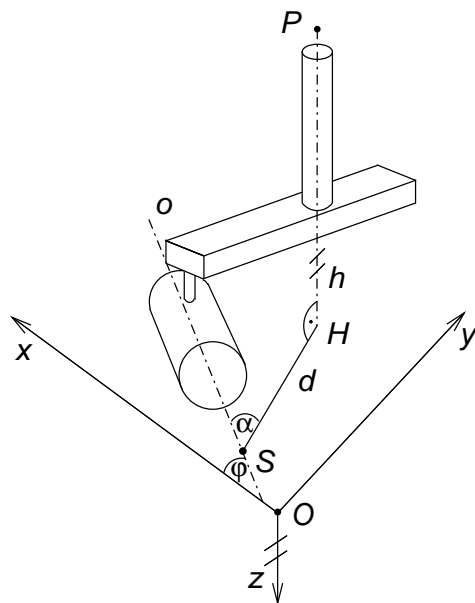
Polohu kalibrační roviny v prostoru vyjádřenou v souřadnicovém systému spojeném s kamerou spočítáme teď už snadno. Spočítáme  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  a  $\mathbf{t}$  a dosadíme do (5). Vektor  $\mathbf{r}_3$  spočítáme jako  $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$ . Rovnice kalibrační roviny v souřadnicovém systému kamery je

$$\mathbf{r}_3^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_3^T \mathbf{t}\tag{8}$$

### 2.1.2 Zjištění rozměrů držáku kamery

Chceme-li umístit kameru do libovolného místa pomocí robotu, musíme znát její polohu vzhledem ke koncovému bodu manipulátoru robota, pro který máme vyřešenou inverzní kinematickou úlohu. Musíme také znát počáteční polohu a natočení kamery v "světovém" souřadnicovém systému, se kterým pracuje robot. Parametry, které postačí ke zjištění polohy jsou patrné z obrázku 3.

*Oxyz* je světový souřadnicový systém, ve kterém zadáváme polohu robotu.  $\mathbf{P}$  je bod, vůči kterému už máme vyřešenu inverzní kinematickou úlohu.  $\mathbf{S}$  je střed souřadnicového systému kamery, tedy bod, kterým chceme umět pohybovat tak, jak to umíme s bodem  $\mathbf{P}$ . Osa  $o$  je optická osa kamery. Musíme tedy určit parametry  $h$ ,  $d$ ,  $\alpha$  a  $\varphi$ . S užitím postupu popsání v předchozí

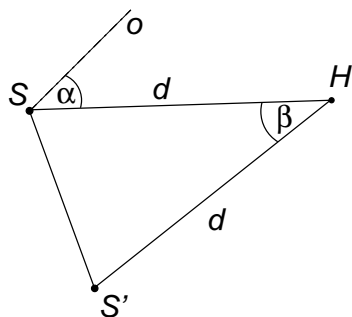


Obrázek 3: Držák kamery a laseru

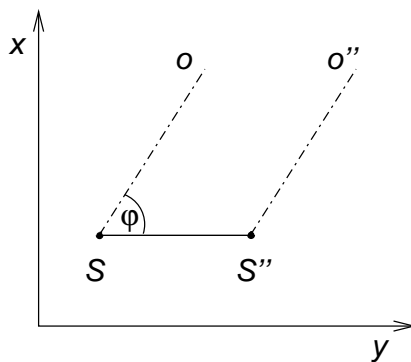
části můžeme určit polohu bodu  $S$  vůči kalibrační rovině. Po otočení držáku okolo osy  $h$  o úhel  $\beta$  přesuneme střed do místa  $S'$ . Vzdálenost  $d$  ze vztahu:

$$\frac{\|S - S'\|}{2d} = \sin \frac{\beta}{2} \quad (9)$$

Úhel  $\alpha$  je úhel mezi vektorem  $S - H$  a osou  $o$ . Situace je naznačena na obrázku 4



Obrázek 4: Zjištění vzdálenosti  $d$  a úhlu  $\alpha$



Obrázek 5: Zjištění úhlu  $\varphi$

Úhel  $\varphi$  zjistíme podobným způsobem. Přesuneme držáku ve směru osy

$y$  z bodu  $S$  do bodu  $S''$ .  $\varphi$  je pak úhel mezi osou  $o$  a vektorem  $S - S''$ , viz. obrázek 5.

### 2.1.3 Zjištění polohy světelné roviny laseru

Chceme určit rovnici světelné roviny laseru v souřadnicovém systému kamery. K tomu stačí určit polohu několika (nejméně tři) bodů v ní ležících, které navíc nejsou kolineární. Sledováním stopy laseru na kalibrační rovině je můžeme určit, protože při kalibraci jsme zjistili polohu kalibrační roviny vzhledem ke kameře. Tím dostáváme dostatečný počet omezení pro určení polohy bodů. Shrnují je rovnice (8) spolu s následující rovnicí.

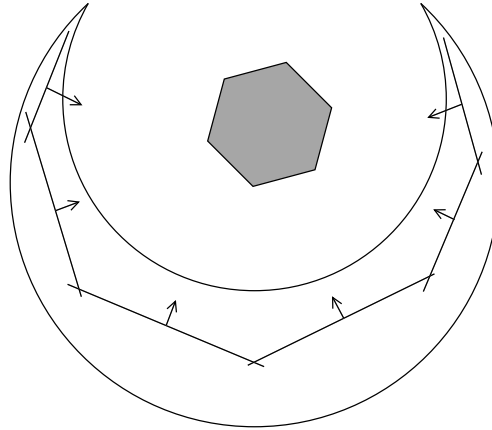
$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (10)$$

Aby určující body nebyly kolineární, musíme je vzít z alespoň dvou různých pohledů na kalibrační rovinu.

Po určení rovnice roviny laseru máme jasný vztah mezi obrazy laserové stopy v obraze a jejich vzory v prostoru.

## 2.2 Měření

Na obrázku 6 je zhruba znázorněn pracovní prostor robota, poloha měřeného tělesa a úsečky, po kterých se při měření pohybuje kamera. Z časových důvodů jsme implementovali snímání pouze z jednoho úhlu pohledu, tj. kamera se pohybuje pouze podél jedné úsečky na obr. 6.



Obrázek 6: Uspořádání měření

Snímání polohy stopy laseru z obrázku jsme provedli po řádcích. Soustava kamera-laser je zhruba v kanonické konfiguraci [1], což dovoluje předpokládat, že pro velkou většinu pozorování se se stopou laseru setkáme v každém řádku jen jednou. Úhel, pod kterým laser vyzařuje světlo se nám nepodařilo zjistit.

Při vícenásobném výskytu stopy laseru v jednom řádku lze pak předpokládat, že jde o odraz a do nasnímaných dat zanést všechny výskyty jako možné alternativy.

## 2.3 Přesnost měření

Při snímání z jednoho úhlu se podařilo měřit s chybou do 3mm. Tento odhad chyby byl zjišťován porovnáním rozměrů několika měřených objektů s naměřenými protějšky, které jsme odečetli z 3D grafu při vizualizaci naměřených dat. Je třeba poznamenat, že toto ověření přesnosti může posloužit jen jako hrubý odhad. Pro měření podle obr. 6, by chyba byla pravděpodobně výrazně větší. Příčin je více. Jednak je to chyba nastavení polohy robotu, která podle našich měření může dosáhnout 5-10 mm. Dále je to nedostatečná přesnost při zjištění rozměrů držáku kamery podle obr. 3. Pro přesnější zjištění rozměrů držáku je nutné formulovat problém jako optimalizaci namísto analytického řešení příslušných rovnic.

## 2.4 Zhodnocení

Podařilo se vytvořit jednoduchý range-finder, který lze zkalibrovat bez přímého měření rozměrů jakékoli součásti robotu, laseru, kamery nebo jejich vzájemné polohy. Byly vytvořeny prostředky k usnadnění kalibrace, kterou by po vypracování robustnějšího algoritmu detekce kalibračních značek, šlo provést zcela automaticky.

Možné vylepšení řešení spočívá zejména v přesnějším zjištění parametru kamery a vzájemné polohy kamery a laseru pomocí optimalizační metody. Potom by bylo možné provést korekci polohy robotu a provádět navržený způsob měření z více úhlů pohledu.

Další vylepšení se týká zpracování naměřených dat, u kterých lze odhadnout relativní přesnost měření v závislosti na úhlu, který svírá rovina laseru s měřenou plochou. Při pořízení více snímků stejné oblasti z různých úhlů lze pak řešit nalezení optimální polohy rekonstruovaného povrchu.

## Reference

- [1] T. Pajdla. Laser plane range finder - the implementation at the CVL. Technical Report Nr. K335-95-98, Czech Technical University, Prague, Czech Technical University, Prague, Oct. 1995.
- [2] Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11):1330–1334, 2000.