

# Specifikace úlohy měření tvaru 3d tělesa laserovým range-finderem

Jan Suchý, Pavel Jisl

## 1 Zadání

Realizujte zařízení pro měření tvaru objektu. K dispozici je hlavice laserového rangefinderu nasazená na chapadlo robotu Bosch.

Úkoly: navrhnete kalibrační proceduru a kalibr, vyrobte a změřte kalibr, implementujte kalibraci rangefinderu a robotu, navrhnete metodu rekonstrukce tvaru povrchu tělesa v prostoru (3D rekonstrukce).

Navržené algoritmy implementujte, popište, kdy navržené metody budou spolehlivě fungovat, odhadněte chybu měření, proveďte experimenty a zhodnoťte výsledky. Navrhnete vhodná zlepšení metody.

## 2 Návrh řešení

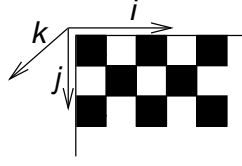
### 2.1 Kalibrace

#### 2.1.1 Zjištění kalibrační matice kamery a polohy kamery vůči kalibračnímu tělesu

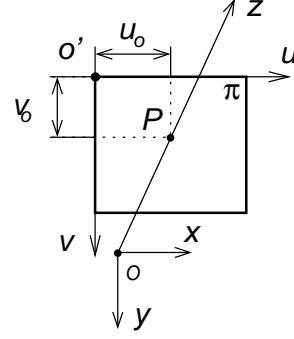
Pro kalibraci kamery použijeme rovinný obrazec, kterým je šachovnice o rozměru 10x10 cm s políčky 1x1 cm. Obrazec umístíme v obecné poloze do prostoru před kamerou a zavedeme kartézský souřadnicový systém s ním spojený podle obrázku 1. Zavedeme též souřadnicový systém  $Oxyz$  spojený s kamerou podle obrázku 2, na kterém  $O$  značí střed promítání a  $\pi$  průmětnu.  $u$  a  $v$  jsou souřadnice v obrázku.  $u_0$  a  $v_0$  jsou vzdálenosti os  $u$  a  $v$  od průsečíku  $P$  optické osy s průmětnou.

Sejmeme obraz kalibrační roviny. Zjistíme korespondence několika bodů v obraze s jejich vzory na kalibračním předmětu a vypočteme matici homografie

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



Obrázek 1: Souřadnicová soustava spojená s kalibrační rovinou



Obrázek 2: Souřadnicová soustava spojená s kamerou

kde  $u, v$  jsou souřadnice bodu v obraze a  $i, j$  jsou souřadnice v kalibrační rovině.  $\alpha$  je zvětšení, které je pro každý bod jiné. Z rovnice (1) plyne, že z devíti neznámých v matici  $\mathbf{H}$  jednoznačně určíme pouze osm.

Vztah mezi bodem v prostoru a jeho obrazem na průmětně je dán následujícím vztahem

$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\text{kde } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} a & b & u_0 \\ 0 & c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ je kalibrační matice kamery, } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{r}_3 \end{bmatrix}$$

je matice rotace a  $\mathbf{t}$  je vektor posunutí. Všechny body v kalibrační rovině mají navíc souřadnici  $k = 0$ , takže vztah lze zjednodušit na následující.

$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Porovnáním rovnic (1) a (3) dostáváme

$$\beta \mathbf{H} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (4)$$

kde  $\beta$  je konstanta, což je po úpravě

$$\begin{bmatrix} \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 & \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 & \beta \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Protože matice rotace je ortogonální, pro vektory  $\mathbf{r}_1$  a  $\mathbf{r}_2$  platí

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 &= 0 \\ \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_2 &= 0\end{aligned}\tag{6}$$

Dosadíme-li za  $\mathbf{r}_1$  a  $\mathbf{r}_2$  z rovnice (5), získáme

$$\begin{aligned}\mathbf{h}_1^T \mathbf{G} \mathbf{h}_2 &= 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{G} \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2^T \mathbf{G} \mathbf{h}_2 &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

kde  $\mathbf{G} = (\mathbf{K}^{-1})^T \mathbf{K}^{-1}$  je symetrická matice. Naším cílem je určit prvky  $\mathbf{G}$ , ze kterých můžeme snadno spočítat neznámé konstanty kalibrační matice. Je výhodné, že soustava (7) je lineární vůči prvkům  $\mathbf{G}$ . Protože  $\mathbf{G}$  je symetrická, stačí je určena pouze šesti prvky, např.  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{13}$ ,  $g_{22}$ ,  $g_{23}$  a  $g_{33}$ . Pro jejich určení potřebujeme šest rovnic, tj. tři snímky kalibrační roviny. Kolik rovnic budeme ve skutečnosti potřebovat však záleží na počtu neznámých parametrů v  $\mathbf{K}$ . Známe-li některé parametry předem nebo zvolíme-li jednodušší model kalibrační matice, můžeme vystačit i s menším počtem rovnic.

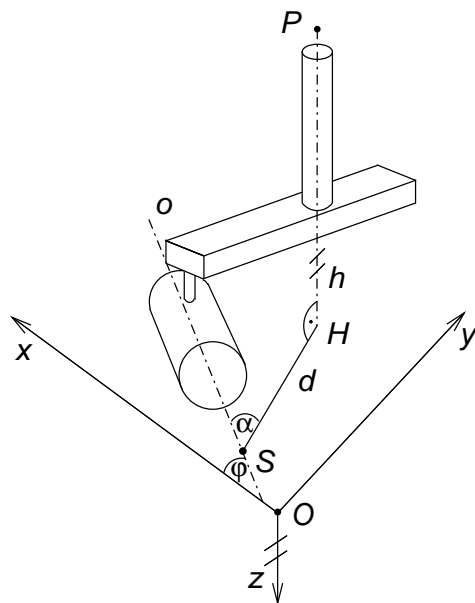
Polohu kalibrační roviny v prostoru vyjádřenou v souřadnicovém systému spojeném s kamerou spočítáme teď už snadno. Spočítáme  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  a  $\mathbf{t}$  a dosadíme do (5). Vektor  $\mathbf{r}_3$  spočítáme jako  $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$ . Rovnice kalibrační roviny v souřadnicovém systému kamery je

$$\mathbf{r}_3^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{r}_3^T \mathbf{t}\tag{8}$$

### 2.1.2 Zjištění rozměrů držáku kamery

Chceme-li umístit kameru do libovolného místa pomocí robotu, musíme znát její polohu vzhledem ke koncovému bodu manipulátoru robota, pro který máme vyřešenou inverzní kinematickou úlohu. Musíme také znát počáteční polohu a natočení kamery v "světovém" souřadnicovém systému, se kterým pracuje robot. Parametry, které postačí ke zjištění polohy jsou patrné z obrázku 3.

*Oxyz* je světový souřadnicový systém, ve kterém zadáváme polohu robota.  $\mathbf{P}$  je bod, vůči kterému už máme vyřešenu inverzní kinematickou úlohu.  $\mathbf{S}$  je střed souřadnicového systému kamery, tedy bod, kterým chceme umět pohybovat tak, jak to umíme s bodem  $\mathbf{P}$ . Osa  $o$  je optická osa kamery. Musíme tedy určit parametry  $h$ ,  $d$ ,  $\alpha$  a  $\varphi$ . S užitím postupu popsaného v předchozí části můžeme určit polohu bodu  $\mathbf{S}$  vůči kalibrační ro-

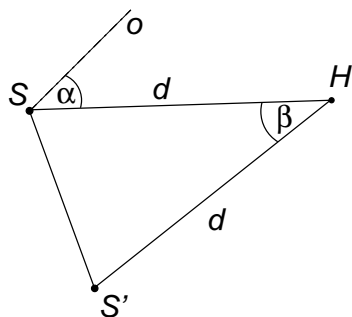


Obrázek 3: Držák kamery a laseru

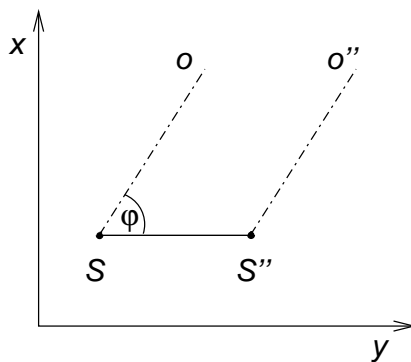
vině. Pootočením držáku okolo osy  $h$  o úhel  $\beta$  přesuneme střed do místa  $S'$ . Vzdálenost  $d$  ze vztahu:

$$\frac{\|S - S'\|}{2d} = \sin \frac{\beta}{2} \quad (9)$$

Úhel  $\alpha$  je úhel mezi vektorem  $S - H$  a osou  $o$ . Situace je naznačena na obrázku 4



Obrázek 4: Zjištění vzdálenosti  $d$  a úhlu  $\alpha$



Obrázek 5: Zjištění úhlu  $\varphi$

Úhel  $\varphi$  zjistíme podobným způsobem. Přesuneme držáku ve směru osy

$y$  z bodu  $S$  do bodu  $S''$ .  $\varphi$  je pak úhel mezi osou  $o$  a vektorem  $S - S''$ , viz. obrázek 5.

### 2.1.3 Zjištění polohy světelné roviny laseru

Chceme určit rovnici světelné roviny laseru v souřadnicovém systému kamery. K tomu stačí určit polohu několika (nejméně tři) bodů v ní ležících, které navíc nejsou kolineární. Sledováním stopy laseru na kalibrační rovině je můžeme určit, protože při kalibraci jsme zjistili polohu kalibrační roviny vzhledem ke kameře. Tím dostáváme dostatečný počet omezení pro určení polohy bodů. Shrnují je rovnice (8) spolu s následující rovnicí.

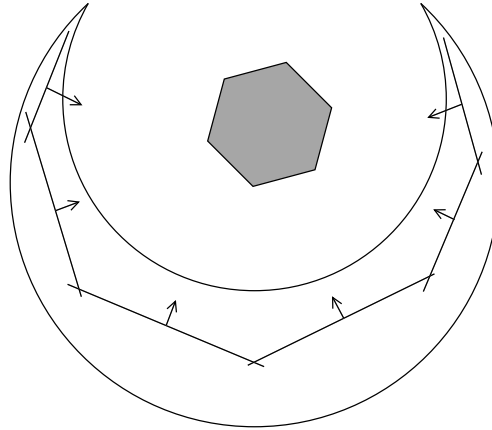
$$z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (10)$$

Aby určující body nebyly kolineární, musíme je vzít z alespoň dvou různých pohledů na kalibrační rovinu.

Po určení rovnice roviny laseru máme jasný vztah mezi obrazy laserové stopy v obraze a jejich vzory v prostoru.

## 2.2 Měření

Na obrázku 6 je zhruba znázorněn pracovní prostor robota, poloha měřeného tělesa a úsečky, po kterých se při měření bude pohybovat kamera. Pokusíme se tak sejmout tvar tělesa z různých úhlů do jediného modelu, protože máme vždy informaci o absolutní poloze a natočení kamery v prostoru.



Obrázek 6: Uspořádání měření

Snímání polohy stopy laseru z jednotlivých obrázků provedeme po řádcích. Soustava kamera-laser je zhruba v kanonické konfiguraci, což dovoluje předpokládat, že pro velkou většinu pozorování se se stopou laseru setkáme v každém řádku jen jednou. Úhel, pod kterým laser vyzařuje světlo se nám nepodařilo zjistit.

Při vícenásobném výskytu stopy laseru v jednom řádku budeme předpokládat, že jde o odraz a do nasnímaných dat zaneseme všechny výskyty jako možné alternativy. Výběr té správné po měření zajistíme ručně, s možným předzpracováním, které sníží počet alternativ.

Při měření budeme uchovávat kromě souřadnic změřených bodů ještě informaci o sousednosti bodůvztah jejich sousednosti mezi sousedními řádky i snímky, tj. každý bod bude mít čtyři sousedy. Vztah sousednosti poslouží pro snadnější rekonstrukci povrchu.

## 2.3 Očekávané technické parametry

Přesnost očekáváme na základě předběžných měření s chybou přibližně 2-3mm. Výsledek do značné míry závisí na počtu jednotlivých měření při kalibraci. Hlavní parametry zjišťované při kalibraci lze totiž určit z přeuračených soustav lineárních rovnic, což je nutné využívat. Pro zachování přesnosti je také nutné přesně provést detekci bodů v obraze při zjišťování korepondencí. Nejlépe se subpixelovou přesností.