

Semestrální práce z předmětu IRO

Michal Jůza, Jan Kolorenč, Ladislav Kaiser

Katedra kybernetiky FEL ČVUT

24. října 2003

Abstrakt

Plánování trajektorie chapadla robotu v neznámém nestatickém prostředí je cílem této práce. Úkol jsme tématicky rozdělili do tří částí. První část pojednává o zjištění skutečných souřadnic zadaných bodů pomocí transformace z obrázku. Druhým problémem byl výpočet přímé a inverzní kinematické úlohy pro robota známé geometrie. Třetím problémem je potom plánování optimální trajektorie robota v neznámém prostředí.

1 Úvod

Přesné zadání úlohy je možno nalézt v [3]. Řešení úlohy jsme si rozdělili na tři dílčí podproblémy. Nazvěme první podproblém, problémem počítačového vidění. Souřadnice bodů A, B nejsou v zadání specifikovány přímo, ale pomocí přiloženého obrázku, který dále obsahuje referenční značky o známých souřadnicích. Prvním úkolem tedy je nalezení transformace, která nám umožní určit souřadnice počátečního a koncového bodu A, B s využitím souřadnic v obrázku. Pro simulaci a vlastní hledání optimální trajektorie robota je kromě počátečních podmínek nutné vědět jak robota řídit, aby se pohyboval po určené tak jak potřebujeme. Tím se dostáváme k druhému podproblému, který je rozebrán v sekci Kinematika. Posledním problémem je návrh a použití algoritmu pro hledání optimální trajektorie, kterému je věnována sekce balalala.

2 Počítačové vidění

Zadání úlohy nás přivedlo k nutnosti použít některé poznatky z oblasti počítačového vidění. V našem případě potřebujeme nalézt světové souřadnice bodů A, B . Tyto body jsou vyobrazeny jako speciální značky na fotografii pracovní plochy, která je součástí zadání tady [3].

Dodaná fotografie obsahuje, kromě vyznačených bodů A, B , také několik značek o známých souřadnicích v soustavě spojené s pracovní plochou. Tento fakt nám umožnil nalézt transformační matici H viz. 4.

To jakým způsobem se promítají body z prostoru (světová souřadná soustava označená indexem w) do roviny obrazu (obrazových souřadnic označeno indexem p) lze za předpokladu zjednodušeného modelu kamery (dírková komora) vyjádřit pomocí tzv. projekční matice P viz.

1. Vlnka značí, že dané vektory jsou vyjádřeny v homogenních souřadnicích. Podrobný popis o výpočtu a významu projekční matice je možno nalézt v [1].

$$\alpha \tilde{x}_p = P \tilde{x}_w \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Zvolíme-li světovou souřadnou soustavu tak, jak je znázorněno na obr. ??, je z-tová souřadnice bodů, které hledáme vždy nulová. Zavedeme tedy matici H , tak že vynecháme nepotřebný třetí sloupec matice P ,

$$H = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{34} \end{bmatrix} \quad (3)$$

můžeme nyní pro naše konkrétní účely vyjádřit transformační vztah 1 jako

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kde H je regulární matice o rozměru 3×3 . Matice H tedy vlastně popisuje transformaci z roviny pracovní plochy do roviny obrazu a naopak, což je pro naše účely zásadní. Za předpokladu ortogonalit os souřadných systému je taková transformace určena osmi parametry. Pro nalezení matice H musíme tedy získat soustavu osmi lineárně nezávislých rovnic. Úpravami vztahu 4 můžeme pro každou dvojici korespondujících bodů v pracovní ploše a obraze získat následující dvojici rovnic:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -ux & -vy & -u \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -vx & -vy & -v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ h_{33} \end{bmatrix} = 0. \quad (5)$$

Pro určení matice H tedy potřebujeme alespoň 4 dvojice korespondujících (nede degenerovaných) bodů. V praxi se ovšem většinou používá takových dvojic více (kvůli dosažení větší přesnosti) a řeší se tedy pře určená soustava lineárních rovnic. Stejně jsme postupovali i my, neboť v našem zadání máme k dispozici pět korespondujících dvojic. Vyřešení soustavy jsme provedli pomocí SVD.

Body A , B získáme pomocí vztahu:

$$\begin{bmatrix} \alpha x \\ \alpha y \\ \alpha \end{bmatrix} = H^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

a převedením zpět z homogenních souřadnic.

3 Kinematika

Pohyb robota je uskutečňován nastavováním kloubových souřadnic. Pozice chapadla \mathbf{X} je udávána v kartézských souřadnicích pracovní plochy. Pro převod z kartézských do kloubových souřadnic je nutno vyřešit inverzní, pro opačný převod přímou, kinematickou úlohu. Manipulátor je tvořen otevřeným kinematickým řetězcem se třemi stupni volnosti. Ramena jsou spojena rotačními klouby. V počáteční poloze manipulátoru jsou úhly g, f, e v kloubech G, F, E nulové, rovina tvořená rameny r_e, r_f je rovnoběžná s rovinou xz a manipulátor je úplně natažený.

3.1 Inverzní kinematická úloha

Pro nesesingulární body existují až čtyři různá řešení inverzní kinematické úlohy. Úhel natočení g_1 je roven úhlu mezi osou x a projekcí \mathbf{X}_G do roviny xy , \mathbf{X}_G je \mathbf{X} v souřadném systému kloubu G . Jsou-li pozice ramen G, F, E a příslušné vektory

$$\mathbf{G} = (G_1, G_2, G_3)^T, \mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)^T, \mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3)^T$$

pak

$$\mathbf{X}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$g_1 = \text{sign}(X_{G_2}) \arccos \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}_G}{\|(G_1, X_{G_2})^T\|} \quad (8)$$

Druhé řešení je

$$g_2 = \text{sign}(X_{G_2})(\|g_1\| - \pi) \quad (9)$$

Úhly f a g lze vypočítat, po otočení v kloubu G o úhel $g = \{g_1, g_2\}$. \mathbf{X} v souřadném systému kloubu F , \mathbf{X}_F , je

$$\mathbf{X}_F = \begin{pmatrix} \cos(g) & \sin(g) & 0 & 0 \\ -\sin(g) & \cos(g) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_g \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}_G \quad (10)$$

Z obrázku 1 je patrný výpočet úhlů e a f pro 2 různé konfigurace ramen.

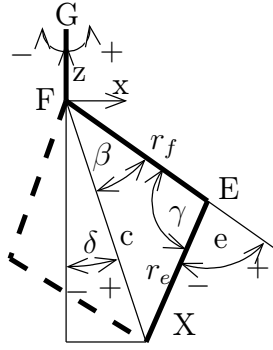
$$\delta_1 = \text{sign}(X_{F_1}) \arccos \frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}_F}{\|(X_{F_1}, X_{F_3})^T\|} \quad (11)$$

$$c = \|(X_{F_1}, X_{F_3})^T\| \quad (12)$$

$$\beta_1 = \arccos \frac{r_f^2 + c^2 - r_e^2}{2r_f c} \quad (13)$$

$$\gamma_1 = \arccos \frac{r_f^2 + r_e^2 - c^2}{2r_f r_e} \quad (14)$$

$$(15)$$



Obrázek 1: Dvě řešení inverzní kinematické úlohy

$\delta_2, \beta_2, \gamma_2$ získáme dosazením g_2 do 10. Výsledná řešení $(g, f, e)^T$ jsou

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ \delta_1 + \beta_1 \\ \gamma_1 - \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_1 \\ \delta_1 - \beta_1 \\ -\gamma_1 + \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_2 \\ \delta_2 + \beta_2 \\ \gamma_2 - \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_2 \\ \delta_2 - \beta_2 \\ -\gamma_2 + \pi \end{pmatrix} \quad (16)$$

3.2 Přímá kinematická úloha

Přímá kinematická úloha má jedno řešení dané posloupností transformací \mathbf{X}_E , přes klouby, do globálního souřadného systému. První transformace \mathbf{RE} je rotace v kloubu E kolem osy y o úhel e . Následuje translace \mathbf{TE} daná vektorem $(0, 0, -rf)^T$. V kloubu F dochází k rotaci \mathbf{RF} kolem y o úhel f s následnou translací \mathbf{TF} určenou $(0, 0, -rg)^T$. Z kloubu G se rotací \mathbf{RG} kolem z o g a následnou translací \mathbf{TG} po $(G_1, G_2, G_3)^T$ dostaneme do globálních souřadnic. Pokud pracujeme v homogenních souřadnicích, lze předchozí transformace popsat maticí 4x4. Pozice bodu X v globálních souřadnicích dle [4] je

$$X = \mathbf{TG} \cdot \mathbf{RG} \cdot \mathbf{TF} \cdot \mathbf{RF} \cdot \mathbf{TE} \cdot \mathbf{RE} \cdot (0, 0, -re, 1)^T \quad (17)$$

4 Plánování

Při pohybu robota předmětem odhaluje proximitní čidlo pouze 1 krok dopředu, což omezuje rozsah plánování. Implementace aplikuje plánovací algoritmus A^* .

4.1 Reprezentace

Trojice kloubových souřadnic kloubů G, F, E v krocích představuje stav. Celý stavový prostor obsahuje 10^6 bodů, kam může robot předmět dopravit. Pokud povolíme změnu právě v jednom kloubu, lze pohyby vygenerovat 26 následníků. Body označené proximitním čidlem jako neprůchodné jsou přidány do seznamu zakázaných bodů Z . Navštívené body jsou uloženy do seznamu close C . Není-li následník v seznamu Z bodů ani C , pak je uložen do seznamu open O .

4.2 Ohodnocovací funkce

Lze-li se dostat do cíle, pak cesta vede přes bod $m \in O$. Ohodnocovací funkce je složena z odhadu vzdálenosti $\hat{g}(m)$, z aktuální pozice do m a odhadu vzdálenosti $\hat{h}(m)$, z m do cíle. Výsledná ohodnocovací funkce $\hat{f}(m)$ je

$$\hat{f}(m) = \hat{g}(m) + \hat{h}(m) \quad (18)$$

Odhady jsou euklidovské vzdálenosti mezi příslušnými body. $\hat{f}(m)$ je vždy dolním odhadem skutečné vzdálenosti. $\hat{f}(m)$ je nezáporná.

4.3 Algoritmus

1. Aktuální bod je zařazen do C . Pokud je to cíl, pak algoritmus končí.
2. Vygenerují se následníci a zařadí se do Z , C , O . Pokud je následník v C či Z , není přidán do O .
3. Z O je vybrán bod m s minimální hodnotou $\hat{f}(m)$. Pokud je O prázdný, pak algoritmus končí.
4. Naplánuje a provede se cesta do m standardním A^* z [2] se stavovým prostorem $m \cup C$.
5. Bod m se odstraní z O .
6. Pokračování bodem 1.

5 Experimentální výsledky

K vizualizaci našeho postupu jsme si vytvořili v programu matlab simulační prostředí. Umožňuje zobrazovat pracovní scénu (stolek, překážka) včetně okamžité pozice robota a zaznamenávat trajektorii chapadla robota. Výsledná trajektorie našeho postupu aplikovaná na dané zadání je na obr. ??.

6 Diskuse

potvrzení vidění 5. bodem, $iku > pku > iku$ a $pku > iku > pku$, přípustný plánovací algoritmus

7 Závěr

Reference

- [1] Hlavac and Sonka. *neco s videnim*. xxx.

- [2] Vladimír Mařík, Olga Štěpánková, and Jiří Lažanský. *Umělá inteligence 1*, page 43. Academia, 1. edition, 1993.
- [3] T. Pajdla. *Nazev stranky* **online**, 1.1.2003. [http](#).
- [4] V. Smutny. *Nazev stranky* **online**, 1.1.2003. [http](#).