1 Kinematika

Pohyb robota je uskutečňován nastavováním kloubových souřadnic. Pozice chapadla X je udávána v kartézských souřadnicích pracovní plochy. Pro převod z kartézských do kloubových souřadnic je nutno vyřešit inverzní, pro opačný převod přímou, kinematickou úlohu. Manipulátor je tvořen otevřeným kinematickým řetězcem se třemi stupni volnosti. Ramena jsou spojena rotačními klouby. V počáteční poloze manipulátoru jsou úhly g, f, e v kloubech G, F, E nulové, rovina tvořená rameny rameny r_e, r_f je rovnoběžná s rovinou xz a manipulátor je úplně natažený.

1.1 Inverzní kinematická úloha

Pro nesingulární body existují až čtyři různá řešení inverzní kinematické úlohy. Úhel natočení g_1 je roven úhlu mezi osou x a projekcí $\mathbf{X}_G$ do roviny xy, $\mathbf{X}_G$ je $\mathbf{X}$ v souřadném systému kloubu G. Jsou-li pozice ramen G, F, E a příslušné vektory

$$\mathbf{G} = (G_1, G_2, G_3)^T, \mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)^T \mathbf{E} = (E_1, E_2, E_3)^T$$

pak

$$\mathbf{X}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{G} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$g_1 = sign(X_{G_2}) \arccos \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}_G}{\|(G_1, X_{G_2})^T\|} \tag{2}$$

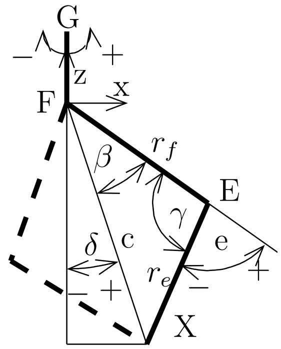
Druhé řešení je

$$g_2 = sign(X_{G_2})(\|g_1\| - \pi) \tag{3}$$

Úhly f a g lze vypočítat, po otočení v kloubu G o úhel $g = \{g_1, g_2\}$. $\mathbf{X}$ v souřadném systému kloubu F, $\mathbf{X}_F$, je

$$\mathbf{X}_F = \begin{pmatrix} \cos(g) & \sin(g) & 0 & 0 \\ -\sin(g) & cos(g) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_g \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}_G \tag{4}$$

Z obrázku 1 je patrný výpočet úhlů e a f pro 2 různé konfigurace ramen.



Obrázek 1: Dvě řešení inverzní kinematické úlohy

$$\delta_1 = sign(X_{F_1}) \arccos \frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}_F}{\|(X_{F_1}, X_{F_3})^T\|} \tag{5}$$

$$c = \left\|(X_{F_1}, X_{F_3})^T\right\| \tag{6}$$

$$\beta_1 = \arccos \frac{r_f^2 + c^2 - r_e^2}{2 r_f c} \tag{7}$$

$$\gamma_1 = \arccos \frac{r_f^2 + r_e^2 - c^2}{2 r_f r_e} \tag{8}$$

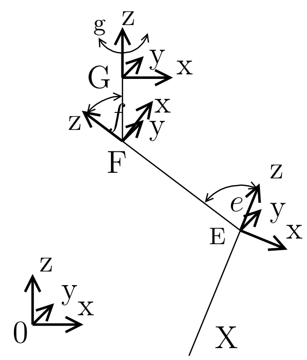
$$\tag{9}$$

$\delta_2, \beta_2, \gamma_2$ získáme dosazením g_2 do 4. Výsledná řešení $(g, f, e)^T$jsou

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ \delta_1 + \beta_1 \\ \gamma_1 - \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_1 \\ \delta_1 - \beta_1 \\ -\gamma_1 + \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_2 \\ \delta_2 + \beta_2 \\ \gamma_2 - \pi \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_2 \\ \delta_2 - \beta_2 \\ -\gamma_2 + \pi \end{pmatrix} \tag{10}$$

1.2 Přímá kinematická úloha

Přímá kinematická úloha má jedno řešení dané posloupností transformací $\mathbf{X}_E$, přes klouby, do globálního souřadného systému. První transformace **RE** je rotace v kloubu E kolem osy y o úhel e. Následuje translace **TE** daná vektorem $(0, 0, -rf)^T$. V kloubu F dochází k rotaci **RF** kolem y o úhel f s následnou translací **TF** určenou $(0, 0, -rg)^T$. Z kloubu G se rotací **RG** kolem z o g a následnou translací **TG** po $(G_1, G_2, G_3)^T$ dostaneme do globálních



Obrázek 2: Lokální souřadné systémy

souřadnic. Pokud pracujeme v homogenních souřadnicích, lze předchozí transformace popsat maticí 4x4. Pozice bodu X v globálních souřadnicích je

$$X = \mathbf{TG} \cdot \mathbf{RG} \cdot \mathbf{TF} \cdot \mathbf{RF} \cdot \mathbf{TE} \cdot \mathbf{RE} \cdot (0, 0, -re, 1)^T \tag{11}$$

Lokální souřadné systémy jsou uvedeny na obrázku 2