

# 33IRO - Inteligentní robotika

## Plánování optimální trajektorie manipulátoru v neznámém prostředí

Pavel Jisl      Jindřich Očenášek

Radek Šmerák

Katedra Kybernetiky, Fakulta Elektrotechnická  
České Vysoké Učení Technické  
{jislp,ocenash,xsmerak}@fel.cvut.cz

30. října 2003

### Abstrakt

Úkolem úlohy je přemístění předmětu z pozice  $\mathbf{B}$  do pozice  $\mathbf{A}$  tak, aby robot urazil co nejmenší dráhu a nenarazil předmětem do překážky. Překážky jsou kvádry libovolně umístěné v prostoru. Jejich polohu lze pouze zjistit pomocí proximitního čidla. Viz. zadání [2].

## 1 Úvod

Úlohu lze vyřešit ve třech krocích. Prvním krokem je vyjádření počátečního a koncového bodu trajektorie, které jsou pozorovány neznámou perspektivní kamerou umístěnou v neznámém bodě, pomocí souřadnic manipulátoru.

Druhým krokem je popsání kinematiky robota, tedy nalezení vztahu mezi kartézskými souřadnicemi chapadla a kloubovými souřadnicemi robota. Je tedy nutné vyřešit přímou a inverzní kinematickou úlohu.

Posledním krokem je vlastní plánování trajektorie, která přenesení předmět z pozice  $\mathbf{B}$  do pozice  $\mathbf{A}$ . To je nutné vyřešit tak, aby přenesení bylo po nejkratší trase a bez kolizí s překážkami.

## 2 Zpracování obrazu z kamery

V této části úlohy je potřeba zpracovat obraz, získaný z perspektivní kamery, umístěné v neznámé poloze. Pro získání světových souřadnic bodů **A** a **B** využijeme znalosti z předmětu *Počítačové vidění a virtuální realita*.



Obrázek 1: Pohled kamery na pracovní plochu se zadanými body

V zadaném obrázku (obráz. č. 2) jsou zobrazeny body **A** a **B** a několik pomocných bodů se známými souřadnicemi. Tyto body využijeme pro výpočet transformační matice **H**.

Matici **H** vypočteme podle vztahu

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

kde  $u, v$  jsou souřadnice bodu v obraze a  $i, j$  jsou souřadnice v kalibrační rovině.  $\alpha$  je zvětšení, které je pro každý bod jiné. Matice **H** je regulární o velikosti  $3 \times 3$ . Při předpokladu ortogonalit os souřadných systémů je transformační matice **H** určena osmi lineárně nezávislými rovnicemi. Úpravami vztahu 1 pak pro každou dvojici bodů v obraze a na pracovní ploše získáváme následující dvojici rovnic.

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ -x_i & -y_i & -1 & 0 & 0 & 0 & u_i v_i & u_i y_i & u_i \\ 0 & 0 & 0 & -x_i & -y_i & -1 & v_i x_i & v_i y_i & v_i \\ \vdots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ \vdots \\ h_{33} \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

Pro určení matice  $\mathbf{H}$  jsou potřeba minimálně 4 rovnice 2, tedy čtyři různé body v obraze. Vlastní matici  $\mathbf{H}$  jsme vypočítali pomocí rozkladu SVD<sup>1</sup>. Body  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$  získáme použitím rovnice 3 a převedením do homogenních souřadnic.

$$\alpha \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Výpočtem jsme získali následující matici homografie  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -0.0038 & 0.0008 & -0.3717 \\ 0.0006 & 0.0018 & -0.9283 \\ -0.0000 & -0.0000 & -0.0020 \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 3 Kinematika robota

### 3.1 Přímá kinematická úloha

Přímou kinematickou úlohu jsme vyřešili pomocí Denavitovy-Hartenbergovy metody (viz. [1]). Tato metoda je výhodná, protože využívá homogenních souřadnic a pomocí jedné matice se dá vyjádřit jak rotace, tak translace. Vzhledem k tomu, že manipulátor má 3 klouby, dostáváme následující matice.

$$\mathbf{A}_{\mathbf{RG}} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5) \quad \mathbf{A}_{\mathbf{FE}} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma & -b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{GF}} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6) \quad \mathbf{A}_{\mathbf{ch}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Výsledkem je pak následující výraz.

---

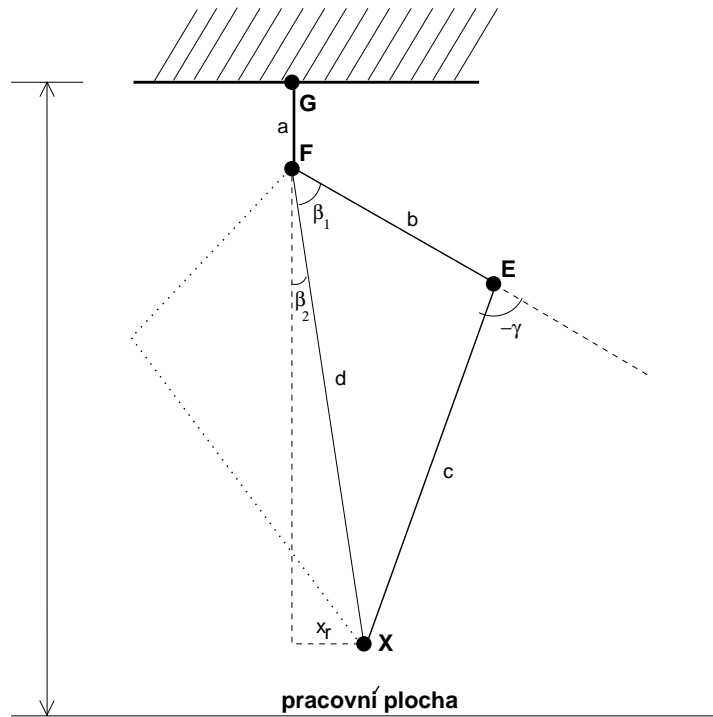
<sup>1</sup>**Singular Value Decomposition** je rozklad matice do tvaru  $U.S.V^T$ , kde  $U$  je sloupcově ortogonální matice,  $S$  je diagonální matice a  $V$  je čtvercová matice.

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{RG} \cdot \mathbf{A}_{GF} \cdot \mathbf{A}_{FE} \cdot \mathbf{A}_{ch} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

kde  $\begin{bmatrix} x_p & y_p & z_p \end{bmatrix}^T$  jsou souřadnice bodu  $\mathbf{G}$ .

## 4 Inverzní kinematická úloha

Inverzní kinematická úloha může mít pro nesesingulární body až čtyři různá řešení. Výpočet jsme odvodili pomocí goniometrických funkcí. Výpočtem získaných vzorců získáme úhly pro dvě řešení (viz. obrázek 4) a další dvě získáme otočením v kloubu  $\mathbf{G}$  (o úhel  $\alpha$ ).



Obrázek 2: Náčes ramen robota s vyznačením důležitých hodnot

$$x_r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (10)$$

$$d = \sqrt{x_r^2 + (z - a)} \quad (11)$$

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{d^2 - b^2 - c^2}{2bc}\right), \beta_2 = \arctan\left(\frac{x_r}{d}\right) \quad (12)$$

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 \quad (13)$$

$$\gamma = 180^\circ - \arccos \frac{b^2 + c^2 - d^2}{2bc} \quad (14)$$

$$\alpha = \arctan \frac{y - y_p}{x - x_p} \quad (15)$$

## 5 Plánování

Pro plánování implementujeme  $A^*$  algoritmus, který používá heuristickou funkci

$$\hat{f}(m) = \hat{g}(m) + \hat{h}(m) \quad (16)$$

kde  $\hat{g}(m)$  je odhad ceny nejkratší cesty z  $s_B$  do  $m$  a  $\hat{h}(m)$  je odhad ceny nejkratší cesty z  $m$  do  $s_E$ . Tento algoritmus je přípustný, pokud cena každé cesty větší než  $\delta > 0$  a  $\hat{h}(m) \leq h(m)$ .

## 6 Závěr

V předchozích kapitolách jsme nastínili námi navržený postup, který využijeme při řešení zadaného inženýrského problému. Je možné, že některé postupy se změní, pokud narazíme na problém, zapříčiněný přílišnou časovou náročností vyřešení problému nebo pokud byla úvaha zcela nevhodná.

## Reference

- [1] Smutný, V. *Robotika - Kinematika online*, 21.10.2000  
<http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/roblec/kinematika.pdf>
- [2] Pajdla, T. *Inteligentní robotika - Zadání úlohy online*, 27.9.2002  
<http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/IR0/2003Z/iro2001-zadani.pdf>